Nombre:

Examen Final Economía Financiera

Instructor: Miguel Cantillo
10 de julio del 2015.

Instrucciones: Tienes 3 horas 50 minutos para completar este examen, que consiste de una sección de falso y verdadero, y un problema. Puedes (¿debes?) usar una calculadora y una hoja de apuntes por los dos lados. Enseña todo su trabajo: respuestas que sólo contengan frases escuetas y sin explicación recibirán muy poco crédito. **¡Buena Suerte!**

Parte I: Falso o Verdadero (40 puntos)

La parte de falso o verdadero contiene veinte proposiciones. Decide si son verdaderas o falsas. *De ser falsas, explica porqué en un par de líneas.*

1. __________ La dominancia estocástica de primer orden implica la dominancia estocástica de segundo orden

   Falso o Verdadero: Es más verdadero que falso, pero ambos caben. Verdadero en el sentido de qu si $F(s) - G(s) \leq 0$ para todo s (FOSD), entonces $\int_{-\infty}^{s}[F(t) - G(t)]dt \leq 0$ (SOSD). Falso en el sentido de que si el FOSD es cierto, entonces $y = x + z + \varepsilon$ con $z < 0$ y $E(\varepsilon) = 0$, pero habíamos definido el SOSD simplemente como $y = x + \varepsilon$. Esta pregunta es ambigua, por lo que ambas respuestas recibirán puntos.

2. __________ Las curvas de rendimientos siempre tienen pendiente positiva. **Falso, es posible que tenga una pendiente negativa, p.e. en Ucrania, o en Estados Unidos antes de una recesión**

3. __________ Sanji tiene una utilidad esperada de $V = \mu - \frac{\sigma^2}{2}$ y enfrenta una CML dada por $\mu = 0{,}02 + 0{,}25\sigma$ donde el mercado tiene $\sigma_m = 0{,}15$. Entonces Sanji no se endeudará en su punto óptimo de inversión. $V = 0{,}02 + 0{,}25\sigma - 0{,}5\sigma^2 \to \frac{\partial V}{\partial \sigma} = 0{,}25 - \sigma = 0 \to \sigma = 0{,}25 > 0{,}15 = \sigma_m \to w_0 < 0$, **por lo que Sanji debe endeudarse para llegar a su punto óptimo de inversión.**

4. __________ El índice S&P500 tiene un sesgo por husmeo de datos. **Falso, tiene un sesgo de sobrevivencia**

5. __________ Si el principio de separación de Fisher falla, a veces se aceptarán proyectos con $VAN < 0$. **Verdadero**

6. __________ La duración de un bono siempre es estrictamente menor que su tenor. **Falso, son iguales en el caso de un bono de cupón cero.**

7. __________ Con utilidades cuadráticas $u(w) = w - \frac{b}{2}w^2$ y $b < 1/w$, donde $E(w) = \mu$ y $Var(w) = \sigma^2$, la curva de indiferencia entre media y varianza que tiene una pendiente $\frac{d\mu}{d\sigma} = \frac{b}{1-b\mu}$ no es convexa. **Falso, conforme aumenta μ la pendiente se hace más fuerte.**

8. __________ La crítica de Roll dice que no vale la pena hacer tests del CAPM. **Falso, dice que los tests del CAPM simplemente rechazan o no que la proxy de mercado esté cerca de la frontera eficiente.**

9. ________ La venta al descubierto (short sell) es menos riesgosa que la compra de un activo. **Falso, porque con la compra de un activo hay responsabilidad limitada (sólo puedo perder lo que invertí), mientras que con la venta al descubierto no hay responsabilidad limitada.**

10. ________ Donflamingo tiene una función dada por $\sqrt{w+1}$, por lo que la teoría APT puede aplicar para él. **Verdadero** $u'(w) = 0{,}5(1+w)^{-0{,}5}$ **y** $u''(w) = -0{,}25(1+w)^{-1{,}5}$**, y** $RRA = -\frac{wu''(w)}{u'(w)} = 0{,}5\frac{w(1+w)^{-1{,}5}}{(1+w)^{-0{,}5}} = 0{,}5\frac{w}{1+w} < 0{,}5 = R < \infty$

11. ________ El sistema de precios de mercados completos, a diferencia del CAPM, no castiga el precio de proyectos con más alta correlación con el mercado. **Falso: Ambos piden una tasa más alta para proyectos con covarianza más alta con el mercado**.

12. ________ Buggy, quien tiene una función de utilidad $u = \sqrt{w}$, es globalmente más averso al riesgo que Boa Hancock, quien tiene una utilidad de $v = w^{0{,}25}$. **Falso, la utilidad de Boa es** $v = \sqrt{u}$ **que es una concavificación de la utilidad de Buggy.**

13. ________ Existe una lotería A que paga 2 c.p. 0.2, 3 c.p. 0.6 y 4 c.p. 0.2, y una lotería B que paga 0 c.p. 0.1, 3 c.p. 0.8, y 6 c.p. 0.1. Entonces, todas la personas aversas al riesgo prefieren B sobre A. **Falso para** $a \sim f$ **y** $b \sim g$ **entonces** $\int_0^t [F(s) - G(s)]ds \leq 0$**, lo que indica de** $A \succeq_{SOSD} B$

t	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$f(t)$	**0**	**0**	**0,2**	**0,6**	**0,2**	**0**	**0**
$g(t)$	**0,1**	**0**	**0**	**0,8**	**0**	**0**	**0,1**
$F(t)$	**0**	**0**	**0,2**	**0,8**	**1,0**	**1,0**	**1,0**
$G(t)$	**0,1**	**0,1**	**0,1**	**0,9**	**0,9**	**0,9**	**1,0**
$F(t) - G(t)$	**-0.1**	**-0.1**	**+0.1**	**-0.1**	**+0.1**	**+0.1**	**0.0**
$\int_0^t [F(s) - G(s)]ds$		**-0.1**	**-0.2**	**-0.1**	**-0.2**	**-0.1**	**0.0**

14. ________ Los precios de los instrumentos puros tienen una correlación positiva con la probabilidad de que ocurran. **Verdadero**

15. ________ La semivarianza de un rendimiento siempre es mayor que su varianza. **Falso, ya que la semivarianza siempre suprime datos más allá de un cierto punto.**

16. ________ El supuesto de medibilidad (continuidad) de las preferencias es necesario para desarrollar las funciones ordinales de utilidad **Falso, es necesario para desarrollar las funciones cardinales.**

17. ________ Zoro tiene una utilidad de la riqueza $u(w) = max(w, k)$ para $k > 0$. Esto quiere decir que Zoro es averso al riesgo. **Falso, es una función convexa (pero no diferenciable en todos sus puntos), por lo que Zoro es amante del riesgo.**

18. ________ Si un activo tiene correlación de 1 con el mercado, entonces su beta debe necesariamente ser de 1. **Falso, quiere decir que el riesgo idiosincrático es 0, pero puede tener un beta distinto de 1, p.e.** $r_i = 2r_m$ **y la correlación entre** r_i **y** r_m **es de uno.**

19. ________ El índice S&P 500 tiene las 500 empresas con la capitalización de mercado más grandes del mundo. **Falso, son las de capitalización más grande de Estados Unidos.**

20. __________ No es posible resolver el equilibrio de consumo en mercados incompletos. **Falso, es posible si hay separabilidad de carteras**

Nombre:
Número Carné:

Parte II: Problemas (60 puntos)

Instrucciones: La segunda parte consta de un problema.

Problema 1 (60 puntos)

En este problema considerarán que la tasa libre de riesgo mensual es $r_f = 0{,}0023$, que el 'proxy' del mercado es el índice S&P 500, y que la economía está compuesta por tres acciones: Berkshire Hathaway (BRKA), Johnson & Johnson (JNJ), y Apple (AAPL). A continuación están los rendimientos promedio y las varianzas-covarianzas mensuales desde junio del 2005 a junio del 2015:

Cuadro 1: Rendimientos Mensuales 2005-2015: Medias y Varianzas-Covarianzas

	BRKA	**JNJ**	**AAPL**	**S&P 500**
Media	0,00748	0,00586	0,02695	0,00458
	BRKA	**JNJ**	**AAPL**	**S&P 500**
BRKA	0,00236	0,00087	0,00060	0,00102
JNJ	0,00087	0,00158	0,00079	0,00108
AAPL	0,00060	0,00079	0,00961	0,00229
S&P 500	0,00102	0,00108	0,00229	0,00187

Fuente: Finance.yahoo.com, datos de junio del 2005 a junio del 2015. Rendimientos logarítmicos

La varianza-covarianza invertida de las tres acciones está dada por

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} 532,83 & -290,57 & -9,02 \\ -290,57 & 819,21 & -49,66 \\ -9,02 & -49,66 & 108,73 \end{bmatrix}$$

1. Para una economía donde sólo existen los tres activos riesgosos:

   a) (10 puntos) Explique brevemente lo que significa la frontera eficiente y qué parte de la misma está dominada. Calcule la función de la frontera eficiente para esta economía, y la media y desviación estándard de la cartera de mínima varianza. **La frontera eficiente es la curva que describe la varianza mínima para un dado rendimiento μ. Es una ecuación cuadrática, que tiene una desviación mínima σ_{mvp} y una media que minimiza esta varianza μ_{mvp}. Las parte de la frontera eficiente $\mu < \mu_{mvp}$ están dominadas, ya que existe otra cartera con la misma desviación y un mayor rendimiento esperado. La fórmula del la frontera eficiente está dada por:**

$$A \equiv \iota' V^{-1} \mu = 5{,}90$$
$$B \equiv \mu' V^{-1} \mu = 0{,}0921$$
$$C \equiv \iota' V^{-1} \iota = 762{,}27$$
$$D \equiv BC - A^2 = 35{,}406$$

$$\sigma_w^2 = \frac{1}{C} + \frac{C}{D}\left(\mu_w - \frac{A}{C}\right)^2 = 0{,}00113 + 21{,}529\left(\mu_w - 0{,}00774\right)^2 \to \mu_{mvp} = 0{,}00774, \sigma_{mvp} = \sqrt{0{,}00113} = 0{,}03622$$

b) (10 puntos) Cualquier cartera en la frontera eficiente tiene la caracterización de $w = g + h\mu_w$. Explique brevemente porqué la combinación de dos carteras en la frontera eficiente está en la frontera eficiente, y porqué esto es importante. Calcule los vectores g y h para esta economía, y calcule los pesos w para una cartera eficiente con $\mu_w = 0{,}0195$. $w_a \epsilon MVEF \Rightarrow w_a = g + h\mu_a$ **y** $w_b \epsilon MVEF \Rightarrow w_b = g + h\mu_b$ **por lo que** $w_c \equiv \alpha w_a + (1-\alpha)w_b = g + h(\alpha\mu_a + (1-\alpha)\mu_b) = g + h\mu_c \epsilon MVEF$**. Esto es muy importante porque me dice que un promedio ponderado de las carteras escogidas por cada agente individual (que siempre escoge algo en la frontera), y que es la cartera de mercado, debe ser eficiente. Esto se usa para encontrar la versión cero beta del CAPM. Tenemos**

$$g = \left[\frac{BV^{-1}\iota - AV^{-1}\mu}{D}\right] = \begin{bmatrix} 0{,}2673 \\ 1{,}0312 \\ -0{,}2985 \end{bmatrix}$$

$$h = \left[\frac{CV^{-1}\mu - AV^{-1}\iota}{D}\right] = \begin{bmatrix} 5{,}0007 \\ -52{,}0317 \\ 47{,}0310 \end{bmatrix}$$

$$w_{0,0195} = \begin{bmatrix} 0{,}3648 \\ 0{,}0166 \\ 0{,}6186 \end{bmatrix}$$

2. Para una economía donde uno puede endeudarse libremente:

a) (5 puntos) Explique brevemente qué es el beta y alfa de una empresa, y cuál debe ser en teoría el alfa y beta del mercado. Calcule los betas y alfas de las tres empresas. Nota: use la fórmula $\beta_i = \frac{cov(r_i, r_m)}{var(r_m)}$. **El** β **mide el impacto que tiene en una acción el movimiento del mercado, en tanto que el alfa mide el rendimiento de una empresa más allá de lo que predice la versión Sharpe Lintner del CAPM. El beta del mercado es 1, y su alfa debe ser 0. Para las empresas concretas tenemos lo siguiente: todas tienen alfas positivos, y BRKA y JNJ se mueven menos con el mercado que AAPL.**

	β	α
$BRKA$	$0,5464$	$0,00388$
JNJ	$0,5752$	$0,00078$
$AAPL$	$1,2204$	$0,02467$

b) (5 puntos) Explique brevemente qué es la cartera ex-post eficiente q, y calcule los pesos w_q, media μ_q y desviación σ_q de la misma. **Es la cartera que maximiza la razón de Sharpe con los datos históricos Tenemos los siguientes resultados**

$$G = \mathbf{z'}V^{-1}\iota = \mathbf{4.1598} \quad H = z'V^{-1}z = 0{,}06914$$

$$w_q = \frac{V^{-1}z}{G} = \begin{bmatrix} 0{,}36182 \\ 0{,}04738 \\ 0{,}59080 \end{bmatrix}$$

$$\mu_q = z_q + r_f = \frac{H}{G} + r_f = 0{,}0166 + 0{,}0023 = 0{,}0189$$

$$\sigma_q = \frac{\sqrt{H}}{G} = 0{,}0632$$

c) (10 puntos) Explique brevemente en qué consiste el test GRS y calcúlelo para esta economía, usando como m el índice S&P 500. El valor crítico del test al 10 % de significancia es de 2.1316. ¿Qué diría Roll de lo que podemos concluir del resultado de este test? **Es un test que trata de ver si mi proxy de mercado m se 'acerca' a la cartera ex-post eficiente q. En este caso tenemos T=120 meses de datos, $N = 3$ acciones y $SR_q = \sqrt{H} = 0{,}2630$ y $SR_m = 0{,}05294$. El test dice**

$$J_1 = \frac{T - N - 1}{N}\left(\frac{\hat{SR}_q^2 - \hat{SR}_m^2}{1 + \hat{SR}_m^2}\right) = \frac{116}{3}\left(\frac{0{,}06914 - 0{,}00280}{1 + 0{,}0028}\right) = 2{,}5582 \backsim F_{3,116}$$

El valor crítico al 10 % me indica que puedo rechazar la hipótesis a un 10 % de confianza de que m y q son iguales. De acuerdo a Roll, esto me dice que mi proxy de mercado, el S&P 500, no está cerca de ser la razón de Sharpe más alta.

3. Para una economía donde uno no puede endeudarse libremente:

a) (5 puntos) Explique brevemente dónde se debe ubicar la cartera de mercado respecto a lo encontrado en 2b arriba. **Brevemente, debe ser que la cartera de mercado esté en la frontera eficiente y además $\sigma_m > \sigma_q$ y $\mu_m > \mu_q$ ya que es una combinación linear de todas las carteras riesgosas, que empiezan a partir de q y de ahí para carteras más riesgosas y con más rendimiento.**

b) (15 puntos) Suponga que sólo sabemos que la cartera de mercado tiene un rendimiento promedio de $\mu_m = 0{,}0195$. Explique brevemente el concepto de μ_{cm} y calcúlelo para esta economía. Verifique si μ_{cm} se encuentra dentro de los límites teóricos donde debería ubicarse. Calcule σ_{cm} y los pesos w_{cm}. **La cartera cm es la que tiene cero covarianza con m. Está dada por:**

$$\mu_{cm} = \mu_{cm} = \frac{A}{C} - \frac{D}{C^2\left(\mu_m - \frac{A}{C}\right)} = \mu_m - \sigma_m \frac{d\mu}{d\sigma} = 0{,}00256$$

En teoría como $\mu_m > \frac{A}{C}$ porque todo lo que está por debajo de A/C está dominado, entonces $\mu_{cm} < \frac{A}{C}$. Además, como $\mu_m > \mu_q$ y por lo tanto $\left.\frac{d\mu}{d\sigma}\right|_q > \left.\frac{d\mu}{d\sigma}\right|_m \rightarrow r_f > \mu_{cm}$, ya que r_f se obtiene exactamente como μ_{cm} para la cartera q. Verificamos que

$$r_f = 0{,}0023 < \mu_{cm} = 0{,}00256 < \frac{A}{C} = 0{,}00774$$

Podemos usar la frontera eficiente para encontrar $\sigma_{cm} = 0{,}04347$**. Podemos usar los vectores** g **y** h **para encontrar los pesos de la cartera que conforman a** w_{cm}

$$w_{cm} = w_{0{,}00256} = \begin{bmatrix} 0{,}2801 \\ 0{,}8980 \\ -0{,}1781 \end{bmatrix}$$